Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $b_2 = b_1 q,\ b_3 = b_1 q^2,\ b_5 = b_1 q^4,\ b_6 = b_1 q^5$, $b_1 q\left(1+q^3\right) = 156,\ \ b_1 q^2\left(1+q^3\right) = 468$ $q = 3$	**1p** **2p** **2p**
5p	**2.** $G_f \cap Ox = \varnothing \Leftrightarrow \Delta < 0$ $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in \left(-2,2\right) \cap \mathbf{Z} \Leftrightarrow m \in \left\{-1,0,1\right\}$	**2p** **3p**
5p	**3.** $\dfrac{4^x}{4} - 2 \cdot 2^x + 3 = 0$ $2^x = t, t > 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0$ $t_1 = 2 \Rightarrow x = 1$ $t_2 = 6 \Rightarrow x = \log_2 6$	**1p** **2p** **1p** **1p**
5p	**4.** Numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente este: $\mathrm{C}_n^2 + \mathrm{C}_n^4 + \mathrm{C}_n^6 + ... = 2^{n-1} - \mathrm{C}_n^0 = 2^{n-1} - 1$ $2^{n-1} - 1 = 511 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 512 \Rightarrow n - 1 = 9 \Rightarrow n = 10$	**3p** **2p**
5p	**5.** $\overrightarrow{BT} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}\right)$. Cum $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} \Rightarrow \overrightarrow{BT} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{BT} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) \Rightarrow \overrightarrow{BT} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$	**3p** **2p**
5p	**6.** $\sin A + \cos A = 0 \Leftrightarrow \mathrm{tg}A = -1$ $A \in \left(0,\pi\right) \Rightarrow A = \dfrac{3\pi}{4}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $A\left(0\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A\left(0\right) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$ $= -i + 0 + 0 - \left(-2i\right) - 0 - 0 = i$	**2p** **3p**
5p	**b)** $\det A\left(a\right) = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ a & i & a \\ -1 & a & -1 \end{vmatrix} = a^2 + i$, pentru orice număr real a Cum, pentru orice număr real a, $a^2 + i \neq 0$, obținem că $\det A\left(a\right) \neq 0$, deci, pentru orice număr real a, matricea $A\left(a\right)$ este inversabilă	**2p** **3p**

5p	**c)** $A(0)\cdot A(0)=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & i^2 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}=-I_3$ $\underbrace{A(0)\cdot A(0)\cdot A(0)\cdot\ldots\cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori}}=\underbrace{(-I_3)\cdot(-I_3)\cdot(-I_3)\cdot\ldots\cdot(-I_3)}_{\text{de 1011 ori}}=-I_3$	2p 3p
5p	**2. a)** $x\circ y=xy-6x-6y+36+6=$ $=x(y-6)-6(y-6)+6=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y	2p 3p
5p	**b)** Elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$” este 7 $x'\in\mathbf{Z}$ este simetricul lui $x\in\mathbf{Z}$ dacă $x\circ x'=x'\circ x=7$, de unde $x'=6+\dfrac{1}{x-6};\ x\neq 6$ Cum $x'\in\mathbf{Z}$, obţinem $x=5$ sau $x=7$, de unde rezultă că $(x,x')\in\{(5,5),(7,7)\}$ $x=6$ nu este simetrizabil în raport cu legea dată	1p 2p 2p
5p	**c)** $x\circ 6=6$ şi $6\circ y=6$, pentru orice numere reale x şi y Deoarece legea „$\circ$” este asociativă, avem $\dfrac{2022}{1}\circ\dfrac{2022}{2}\circ\dfrac{2022}{3}\ldots\circ\dfrac{2022}{2022}=$ $\underbrace{\dfrac{2022}{1}\circ\dfrac{2022}{2}\circ\ldots\circ\dfrac{2022}{336}}_{x}\circ\dfrac{2022}{337}\circ\underbrace{\dfrac{2022}{338}\circ\dfrac{2022}{339}\circ\ldots\circ\dfrac{2022}{2022}}_{y}=x\circ 6\circ y=(x\circ 6)\circ y=6\circ y$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $f'(x)=\dfrac{\dfrac{1}{x+1}\cdot x-\ln(x+1)}{x^2}$ $\Rightarrow x^2\cdot f'(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$	3p 2p
5p	**b)** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>o}}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1\Rightarrow$ funcția nu admite asimptotă verticală. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x+1}=0$ $\Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală la $+\infty$. Graficul funcției admite o singura asimptotă	2p 2p 1p
5p	**c)** $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}\left(\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)\right)$ Cum $\dfrac{1}{x^2}>0,\forall x\in(0,+\infty)$, semnul derivatei este dat de semnul funcției $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$, $g:(0,+\infty)\to\mathbf{R}$. $g'(x)=-\dfrac{x}{(x+1)^2}<0,\forall x\in(0,+\infty)$ $\Rightarrow g$ este strict descrescătoare pe $(0,+\infty)\Rightarrow g(x)<\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>o}}g(x)=0\Rightarrow f'(x)<0,\ \forall x\in(0,+\infty)$ $\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0,+\infty)$. Cum $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ şi $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>o}}f(x)=1\Rightarrow f(x)\in(0,1)\Rightarrow a=1$	2p 1p 2p
5p	**2. a)** F derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x)=f(x),(\forall)x\in\mathbb{R}$ $e^x\cdot\left[ax^2+(2a+b)x+(b+c)\right]=e^x\cdot(2x^2+3x+4),(\forall)x\in\mathbb{R}$	1p 2p

	Rezultă: $\begin{cases} a=2 \\ 2a+b=3 \\ b+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\in\mathbb{R} \\ b=-1\in\mathbb{R} \\ c=5\in\mathbb{R} \end{cases}$.	**2p**
5p	**b)** Din a) $F(x)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}-x+5\right)+c,\ c\in\mathbb{R}$ este o primitivă oarecare a lui *f* $A(0,2)\in G_{F}\Rightarrow F(0)=2\Rightarrow 5+c=2\Rightarrow c=-3\in\mathbb{R}$ $F(x)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}-x+5\right)-3,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$	**2p** **2p** **1p**
5p	**c)** Fie $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o primitivă oarecare a lui *f*. *F* convexă pe $\mathbb{R}\Leftrightarrow F''(x)>0,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ $F''(x)=(F'(x))'=f'(x)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}+3x+4\right)+e^{x}(4x+3)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}+7x+7\right),\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ Deorece $e^{x}>0,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ și $2x^{2}+7x+7>0\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ pentru că $\Delta<0$ rezultă $F''(x)>0,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$. În consecință, F convexă pe $\mathbb{R}$.	**1p** **2p** **2p**